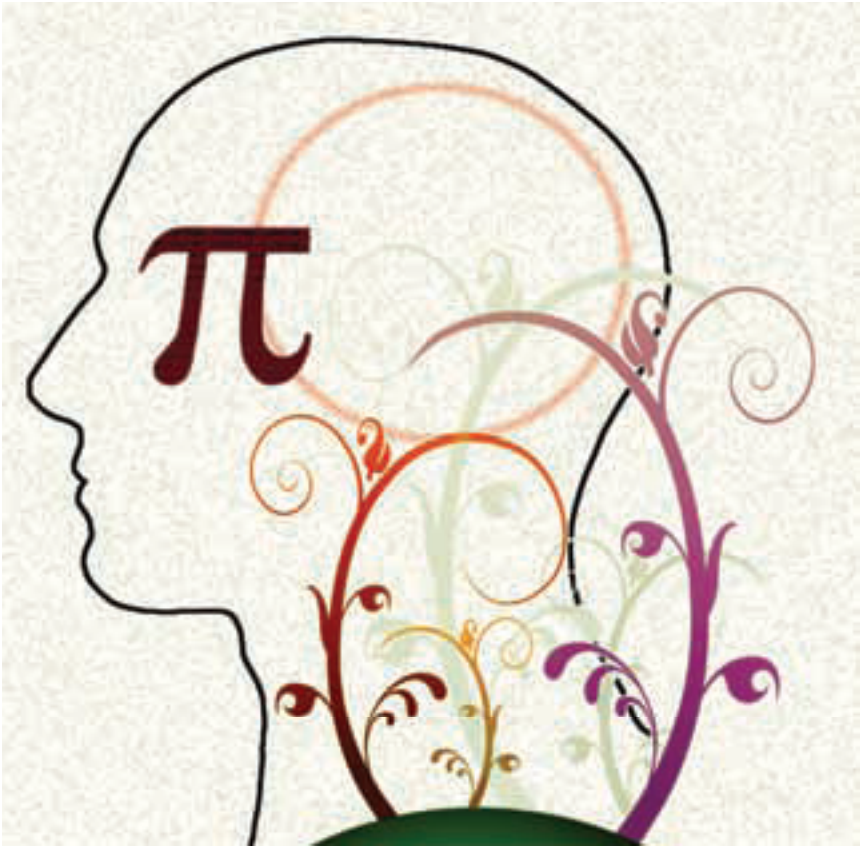
درک درست مفاهیم ریاضی
از طریق پاسخ‌های نادرست دانش‌آموزان

دبورا شیفتر[1]
مترجم: سپیده چمن آرا

با بررسی دلایل پاسخ‌های نادرست، معلمان و دانش‌آموزان هر دو، به درک جدیدی از ریاضیات دست پیدا می‌کنند.



آموزش درک مفاهیم ریاضی، نیازمند آن است که در وهله‌ی اول، این مفاهیم حوزه‌ای از افکار و عقاید به حساب آیند، تا مجموعه‌ای از واقعیات، شیوه‌ها و تعاریف مورد استفاده. در دست‌یابی به این رویکرد، معلمان باید علاوه بر درک عمیق محتوا، مهارت‌هایی را که در پداگوژی «مفهوم مدار» به‌کار می‌رود، عمیقاً بشناسند. این توقع بیشتر از معلمان، به نوبه‌ی خود نیازمند اَشکالِ کاملاً حساب‌شده‌ای از توسعه‌ی توانمندی‌های حرفه‌ای آنان است. در کلاس درسی که شرح آن در ادامه می‌آید، به توضیح بعضی از این نکات پرداخته شده است.

فراتر رفتن از رویه‌های رایج

همه‌ی دانش‌آموزان کلاس پنجمِ خانم لیز سُوینی[2]، شیوه‌ی استاندارد ضرب اعداد چند رقمی را می‌دانند. در روزی که یک گروه تحقیق از «مرکز توسعه‌ی آموزش»[3] از کلاس او فیلم‌برداری[4] می‌کرد، خانم سُوینی از دانش‌آموزان خواست تا از این رویه‌ی رایج فراتر بروند. وی از دانش‌آموزان خواست تا حداقل دو راه دیگر برای به دست آوردن جواب ضرب چند رقمی پیدا کنند.

دانش‌آموزان به تکاپو افتادند و در گروه‌های کوچک درباره‌ی راهبردهای خود با یکدیگر صحبت کردند. پس از گذشت تنها چند دقیقه از پایان بحث در گروه‌ها، خانم سُوینی از توماس خواست تا راهبرد خویش را برای حل یکی از مسائل(۱۷×۳۶) روی تخته بنویسد؛ اگرچه این راه‌حل نادرست بود. توماس چنین نوشت:

۳۶+۴ =۴۰
۱۷+۳ =۲۰
۴۰
× ۲۰
۸۰۰
- ۴
۷۹۶
- ۳
۷۹۳

حتی توماس نیز می‌دانست که پاسخش نادرست است. زیرا با استفاده از سایر راهبردها، معلوم شده بود که جواب درست، ۶۱۲ است. اما استدلال خود را به کلاس ارائه کرد. او به منظور ساده کردن مسئله، با اضافه کردن ۴ واحد به عدد ۳۶ و ۳ واحد به عدد ۱۷، آن‌ها را گرد کرده بود. سپس ۴۰ را در ۲۰ ضرب کرده و عدد۸۰۰ را به دست آورده بود. آن‌گاه ۴ و ۳ را که قبلاً اضافه کرده بود، از ۸۰۰ کم کرده و به پاسخ ۷۹۳ رسیده بود.

خانم سُوینی، احساس خود را هنگام ارائه‌ی این روش به گروه توماس، این‌طور مطرح کرد: «خب، من این روش را دوست دارم و با آن احساس راحتی می‌کنم. راهبرد خوبی به نظر می‌رسد و شسته و رُفته است.»

در این موقع دیما[۵]، که دائم روی نیمکت وول می‌خورد، گفت: «این مثل جواب من نیست، جواب من کاملاً متفاوت است.»

ـ خب، به عنوان تکلیف از شما می‌خواهم که روش توماس را امشب در دفترچه‌ی تکلیف خود بازنویسی کنید و توضیح دهید که توماس چه فکر می‌کرد و با استفاده از گام‌های اول راهبرد وی، چگونه می‌توان رویکرد وی را اصلاح کرد تا به پاسخ درست دیگری دست یافت.

این رفتار خانم سُوینی، می‌تواند خوانندگانی را که تصورشان از تدریس کارامد، تدریسی است که در کلاس‌های ریاضی دوران کودکی خود مشاهده کرده‌اند، به حیرت اندازد. برای چندین دهه، ریاضیات به روش یکسانی تدریس می‌شده است: معلم، رویه‌های به دست آوردن پاسخ صحیح را نشان می‌دهد و پس از آن، بر دانش‌آموزان در حین تمرین آن رویه‌ها در مجموعه‌ای از مسائل مشابه، به نظارت می‌پردازد. چرا خانم سُوینی از دانش‌آموزانی که از قبل با روش کارامد ضرب ۱۷×۳۶ آشنا بودند، خواست که راهبردی جای‌گزین برای آن بیابند؟ چرا در پایان کلاس، از یکی از دانش‌آموزان خواست تا رویه‌ای را که به نتیجه‌ی نادرستی می‌انجامید، معرفی کند؟ و چرا او از کلاس خواست که به عنوان تکلیف شب، این راهبرد را بررسی کنند؟

اگر از چشم‌انداز دیگری به رفتار خانم سُوینی بنگریم، رفتار او قابل درک خواهد بود. او براساس این باور عمل کرد که ریاضیات، چیزی به مراتب بیشتر از مجموعه‌ای از واقعیات، تعاریف و رویه‌های حفظ‌کردنی است که به هنگام ضرورت، بازیابی می‌شوند. به نظر وی، ریاضیات مجموعه‌ای از مفاهیم به‌هم مرتبط است که بایدکشف شوند. پرداختن به ریاضی، یعنی آزمون، بحث، اصلاح یا جای‌گزین کردن آن مفاهیم. بنابراین، فعالیت‌های کلاس او، از یافتن صِرفِ پاسخِ ۱۷×۳۶ فراتر می‌رود و به کشف روابط ریاضی می‌پردازد.

اشتباه توماس از کجا ناشی شد؟

این نخستین باری نبود که لیز سُوینی از دانش‌آموزان می‌خواست، تا درباره‌ی راهبردهای متفاوتی برای محاسبه، فکر کنند. او تمرین‌های مشابهی را برای هر یک از چهار عمل اصلی به عهده‌ی دانش‌آموزان گذاشته بود. دانش‌آموزان می‌توانستند، با در نظر گرفتن کنش آن

عملیات، چنین راهبردهایی را به‌طور مستقل توسعه دهند. برای مثال، وقتی از آن‌ها خواسته شد تا ۱۸ و ۲۴ را جمع کنند، ممکن بود دانش‌آموزان عمل جمع را به صورت الحاق دو مجموعه در نظر بگیرند و روش‌های متنوعی برای تجزیه و ترکیب مجدد اعدادی که باید جمع شوند، ابداع کنند:

❊ ۱۸ را به ۱۰ و ۸، و ۲۴ را بـه ۲۰ و ۴ تجـزیـه کننـد. سپس دهتایی‌ها را با هم جمع کنند:

۳۰= ۲۰+۱۰ و یکی‌ها را نیز با هم: ۱۲= ۴+۸ . و سرانجام نتایج را با هم جمع کنند: ۴۲= ۱۲+۳۰

❊ ۲ تا از ۲۴ بردارند و آن را به ۱۸ اضافه کنند؛ می‌شود: ۴۲=۲۲+۲۰

❊ ۲ تا به ۱۸ اضافه کنند تا ۲۰ به دست آید: ۴۴=۲۴+۲۰. سپس این ۲ تا را که اضافه کرده‌اند، کم کنند: ۴۲=۲-۴۴

ابداع راهبردهای محاسباتی و توضیح این که چرا این راهبردها درست عمل می‌کنند، به رشد قابلیت‌هـای ریـاضی در دانش‌آموزان بسیار کمک می‌کند. احساس عددی در دانش‌آموزان، به صورت قوی‌تری توسعه می‌یابد و در محاسبات، راحت‌تر عمل می‌کنند. زمانی که اعداد را به دهتایی‌ها و یکی‌ها تجزیه می‌کنند، ارزش مکانی را می‌فهمند و در آن‌ها این درک به وجود می‌آید که ریاضیات، معنای خاص خود را دارد و آن‌ها می‌توانند با استفاده از این استدلال، مسائل را حل کنند.

وقتی خانم سُوینی از دانش‌آموزان خواست تا ۳۶ و ۱۷ را در هم ضرب کنند، توماس تصمیم گرفت راهبردی را که وی با موفقیت در جمع دو عدد چند رقمی به کار می‌برد، امتحان کند: گرد کردن دو عدد، انجام عملیات و بالاخره، کم کردن مقادیری که هنگام گرد کردن، به اعداد اصلی اضافه شده بودند. توماس از طریق «مقایسه و همانندی» استدلال می‌کرد؛ روشی که غالباً برای نزدیک شدن به حل یک مسئله، مؤثر بود، ولی در این حالت، مشابهتی وجود نداشت. اما توماس بر این اساس استدلال می‌کرد و نمی‌توان او را صرفاً بی‌توجه قلمداد نمود.

اشتباه توماس، یعنی استفاده از راهبرد جمع در حل یک مسئله‌ی ضرب، خیلی عادی است. در مواجهه با ضـرب‌هـای چند رقمـی، مـانند ۱۸×۱۲، هم کـودکان و هـم بـزرگ‌سالان، فوراً سعی می‌کنند حاصل (۸×۲)+ (۱۰×۱۰) را به دست آورند. درواقع، برای جمع ۱۸ و ۱۲، می‌توان دهتایی‌ها را با هم جمع کرد و یکی‌ها را با هم و پس از آن، حاصل هر یک را به هم افزود. ولی ضرب عملکرد متفاوتی دارد. لـذا زمانـی کـه عوامـل را تغییر می‌دهیم یا تجزیه می‌کنیم، نیازمند مجموعه‌ی دیگری از ضوابط منطبق با شرایط هستیم.

زمینه‌ای برای ضرب

برای فکر کردن درباره‌ی عمل ضرب، بهتر است زمینه‌ای را که در آن این عمل می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد، تصور کنیم. برای مثال، جیمز[۶]، هم کلاسی توماس، ۱۷×۳۶ را به صورت ۳۶ بسته تصور کرد، که در هر کدام ۱۷ توپ تنیس قرار داشت. در این زمینه‌ی ذهنی، او می‌توانست آرایشی از توپ‌های تنیس را که قابل محاسبه هستند، تصور کند.

جیمز توضیح داد که او ابتدا بسته‌ها را به دسته‌های ۱۰ تایی تقسیم کرد. هر گروه ۱۰ تایی، ۱۷۰ تا توپ داشت (۱۷×۱۰) و ۳ دسته‌ی ۱۰ تایی (۱۷۰+۱۷۰+۱۷۰) نیز وجود داشت. علاوه بر دسته‌های ۱۰ تایی بسته‌ها، ۶ بسته که در هر یک ۱۷ توپ بود، باقی می‌ماند (۱۷×۶). برای آسان‌تر کردن این محاسبات، جیمز تصور کرد که هر بسته، ۱۰ توپ سفید و ۷ توپ خاکستری دارد که می‌شود ۶۰ توپ سفید (۱۰×۶) و ۴۲ توپ خاکستری (۷×۶) و در مجموع ۱۰۲ توپ در این ۶ بسته خواهد بود. سپس او حاصل جمع ۱۰۲+۱۷۰+۱۷۰+۱۷۰+۱۷۰ را که ۶۱۲ می‌شد، به دست آورد.

یک قاعده‌ی اساسی که در پس روش جیمز نهفته است، «خاصیت پخشی» ضرب نسبت به جمع است که بیان می‌کند:

$(۱۰+۱۰+۱۰+۶)\times۱۷ = (۱۰\times۱۷) + (۱۰\times۱۷) + (۶\times۱۷)$

هم چنین، قانون پخشی می‌گوید: $۶\times(۱۰+۷) = (۶\times۱۰) + (۶\times۷)$

جیمز می‌دانست که چگونه از خاصیت پخشی استفاده کند، ولی هنگامی که با تصوری از بسته‌های توپ تنیس کار کرد، صِرفاً با اعدادی که او براساس مجموعه‌ای از قوانین حفظ کرده بود، پاسخ به دست نمی‌آمد. او می‌توانست محاسبات را به صورتی که برایش معنادار باشد، انجام دهد. در این صورت، این محاسبات از تصورات او در مورد آن زمینه به دست می‌آمد.

در حالی که توماس، جیمز و سایر هم کلاسان آن‌ها، راهبردهای خود را در گروههای کوچک بهبود می‌دادند، خانم سُوینی از گروهی به گروه دیگر می‌رفت و گهگاه به طرح بعضی سؤالات یا ارائه‌ی پیشنهادهایی می‌پرداخت و گاهی نیز فقط به گوش کردن قناعت می‌کرد. خانم سوینی، با مشاهده‌ی راهبرد نادرست توماس، تصمیم گرفت که از آن به عنوان یک فرصت یادگیری در کلاس استفاده کند. هنگامی که تکلیف شب را به دانش‌آموزان داد، در واقع از آن‌ها خواست که از ارزیابی درستی یا نادرستی این راهبرد فراتر بروند؛ او آن‌ها را به این چالش دعوت کرد که مشخص کنند، کجای آن راهبرد نادرست است و چگونه می‌توان آن را اصلاح کرد. برای پاسخ‌گویی به این پرسش، دانش‌آموزان باید تفاوت‌های موجود بین جمع و ضرب را به طور دقیق مورد بررسی قرار می‌دادند و بر اهمیت تفکراتی از نوع تصور جیمز از مسئله تأکید می‌کردند. هم چنین، این تکلیف به دانش‌آموزان فرصت می‌داد، خاصیت پخشی ضرب را به طور صریح بیان کنند. تکلیف خانم سُوینی، دو جلسه بحث عمیق ریاضی را در کلاس پنجم به دنبال داشت.

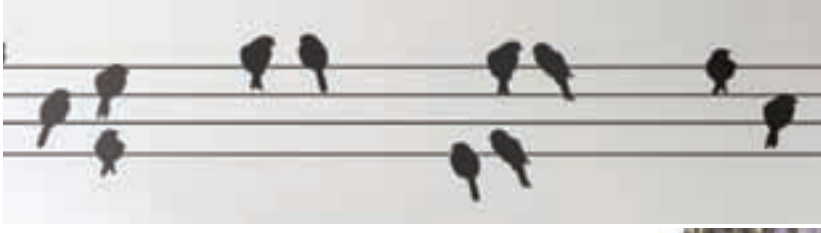
معلمان، راهبرد توماس را بررسی می‌کنند

در یک سمینار مربوط به توسعه‌ی توانمندی‌های حرفه‌ای معلمان[۷]، من و همکارانم، رویکرد خانم سُوینی را با گروهی از معلمان، مطالعه و بررسی کردیم. پس از دیدن این فیلم ویدیویی، بسیاری از معلمان در بدو امر از رفتار خانم سُوینی جاخوردند. آن‌ها نمی‌فهمیدند که چرا خانم سوینی «دانش‌آموزی را خجالت‌زده کرد» و از وی خواست راه‌حل نادرست خود را با دیگران در میان بگذارد. تعدادی از آن‌ها نگران بودند که او به خاطر اشتباه یک دانش‌آموز، با دادن این تکلیف، «کلاس را تنبیه کرده است».

پیش از این که بلافاصله درباره‌ی این سؤالات توضیحی داده شود، مسئول سمینار از معلمان خواست تا شخصاً راهبرد توماس را بررسی کنند. پس از این که توماس، ۴ را به ۳۶ و ۳ را به ۱۷ افزود، باید از حاصل ضرب به دست آمده، چه چیزی را کم می‌کرد تا نتیجه‌ی درست به دست آید؟

معلمان، در گروههای دو نفری یا سه نفری کار کردند و راههای متفاوت حل مسئله را بررسی نمودند. مسئول سمینار از گروهی به گروه دیگر حرکت می‌کرد و به صحبت‌های معلمان گوش می‌داد، یا از آن‌ها می‌خواست توضیحات دقیق‌تری بدهند. گاهی نیز پیشنهادهایی به آن‌ها می‌داد. وقتی هر گروه، به حداقل یک روش برای فکر کردن درباره‌ی مسئله دست یافت، مسئول سمینار همه‌ی آن‌ها را جمع کرد تا افکار خود را ارائه کنند.

آنی[۸] داوطلب شد تا فکر اولیه‌ی خود را که به درستی آن کاملاً هم اطمینان نداشت، با دیگران در میان بگذارد. او گفت: «من کارهایی کرده‌ام که به‌نظر درست می‌آید، هر چند می‌دانم درست نیست.»

او توضیح داد، زمانی که توماس ۴ را به ۳۶ و ۳ را به ۱۷ می‌افزاید و ضرب ۲۰×۴۰ را محاسبه می‌کند، او ۳ واحد و ۴ واحد به این اعداد اضافه نکرده است، بلکه ۴ گروه از یکی‌ها و ۳ گروه از یکی‌ها را به آن افزوده است. وی ادامه داد: «بنابراین، من ابتدا فکر کردم که باید ۴ گروه ۱۷ تایی و ۳ گروه ۳۶ تایی را از آن کم کنیم.

ولی وقتی این محاسبات را انجام دادم: (۳×۳۶) – (۴×۱۷) – ۸۰۰

عدد ۶۲۴ را به دست آوردم که با ۶۱۲، که جواب درست مسأله بود، اختلاف داشت.

پس من به اندازه‌ی کافی از آن کم نکرده بودم. بنابراین فکر کردم شاید اندازه‌ی گروه‌هایم نادرست بوده است. شاید باید ۴ گروه ۲۰ تایی و ۳ گروه ۴۰ تایی از آن کم می‌کردم. اما وقتی این کار را کردم:

۸۰۰ – (۴ ×۲۰) – (۳ ×۴۰) =۶۰۰

به پاسخی رسیدم که خیلی کم بود! تصور می‌کنم که مسئله، واقعاً عجیب است.»

در این هنگام، گرداننده‌ی سمینار پیشنهاد کرد که از طریق یک داستان به تصور در این باره بپردازند. در یک داستان دارای زمینه، معلمان می‌توانستند مراحل مسئله را تصور کنند؛ مانند آن‌چه جیمز انجام داد. مینگ[۹] زمینه‌ی زیر را پیشنهاد کرد:

۴۰ دانش‌آموز در یک کلاس درس می‌خوانند. هر یک از آن‌ها مبلغ ۲۰ دلار برای شرکت در یک موزه پرداخت کرده‌اند.

معلم، ۲۰× ۴۰یعنی ۸۰۰ دلار جمع کرده است. ولی در روز اردو، ۴ دانش‌آموز غیبت می‌کنند؛

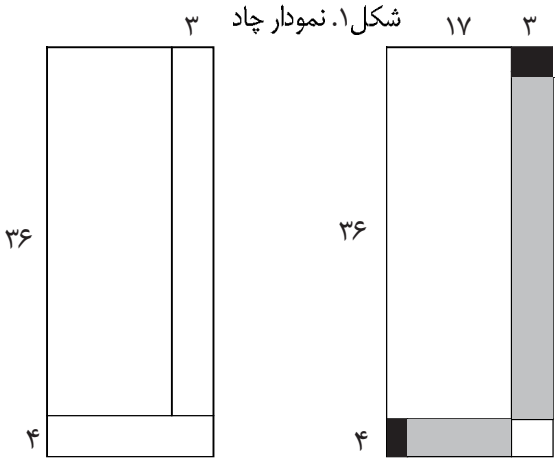
یعنی او باید ۲۰ دلار به هر یک از آن‌ها پس بدهد: (۲۰× ۴)–۸۰۰ . پس از آن، معلم با ۳۶ دانش‌آموز به موزه می‌رود. ولی وقتی به آن جا می‌رسند، می‌بینند که بلیت ورودی به جای ۲۰ دلار، ۱۷ دلار است. یعنی باید به هر یک از ۳۶ دانش‌آموز باقی مانده، ۳ دلار پس داده شود. بنابراین، حالا (۳×۳۶)– (۴×۲۰)– ۸۰۰ دلار داریم که معلم به موزه پرداخت کرده است؛ یعنی ۶۱۲ دلار یا ۱۷ دلار برای هر یک از ۳۶ دانش‌آموز، یا به عبارتی ۱۷× ۳۶.

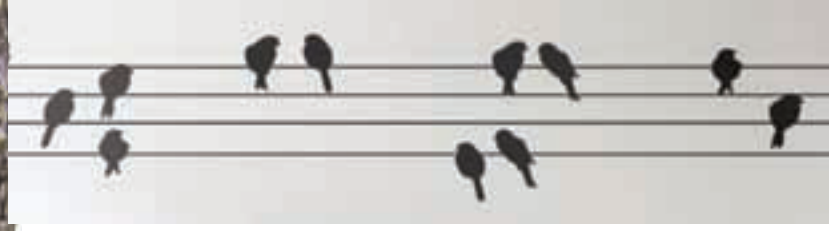
مینگ اضافه کرد: «اگر به کار توماس فکر کنیم، مثل این است که به هر یک از ۴ دانش‌آموز غایب، فقط ۱ دلار و تنها به یکی از آن ها، ۳ دلار برگردانده باشیم.»

چاد[۱۰] به گروه خود پیشنهاد کرد که از یک آرایه یا سطح یک مستطیل استفاده کنند تا بهتر روی مسئله متمرکز شوند (شکل ۱). او توضیح داد: قسمت سفید شکل، نشان‌دهنده‌ی ۱۷×۳۶ است و ناحیه‌های خاکستری، نشان دهنده‌ی مقادیری است که با تغییر مسئله به ۲۰×۴۰، به مقدار اصلی افزوده شده است. در شکل سمت راست می‌بینید که توماس کجا اشتباه کرده است. او به جای کم کردن آن چه که واقعاً اضافه شده، فقط قسمت‌های سیاه را برداشته است.

ناحیه‌ی خاکستری پایین شکل، نشان دهنده‌ی پولی است که به ۴ دانش‌آموز غایب برگردانده شد و ناحیه‌ی خاکستری سمت راست، پولی است که به ۳۶ دانش‌آموزی که به اردو رفته بودند پس داده شد. ناحیه‌ی سفید، پولی است که به موزه پرداخت شد.

شکل۱. نمودار چاد



گروه چاد برای کشف روش‌های متفاوت یافتن حاصل ضرب ۱۷×۳۶، از یک آرایه یا سطح مستطیل شکل استفاده کرد. آنی تأکید کرد که با نگاه به نمودار سمت راست، او خیلی واضح‌تر می‌تواند ببیند که چرا جواب اول او، ۱۲ تا بزرگ‌تر بود: «در اولین روش، یادم رفت قطعه‌ی کوچکِ آن گوشه را کم کنم و در روش

دوم، آن قطعه‌ی کوچک را دو بار کم کردم».

آیشا[11] روش چهارمی را برای نگاه کردن به مسئله پیشنهاد کرد: «من، عبارت قابل محاسبه را نوشتم و از خاصیت پخشی استفاده کردم:

(۳×۴) + (۴×۱۷) + (۳۶×۳) + (۳۶×۱۷) = (۳ +۱۷)× (۳۶+۴)

بنابراین، وقتی توماس ۲۰×۴۰ را حساب کرد، باید سه عبارت آخر را کم می‌کرد تا ۳۶×۱۷ به دست بیاید. زمانی که در دبیرستان بودم، این رویه را «ابدا» می‌نامیدیم. به عبارت دیگر، اولی‌ها را در هم ضرب کن، بیرونی‌ها را در هم ضرب کن، داخلی‌ها را در هم ضرب کن، آخری‌ها را در هم ضرب کن[12]. نکته این است که من همیشه این کار را انجام می‌دهم، چون به من گفته شده بودکه باید این کار را بکنم. ولی اکنون که می‌توانم آن را در این نمودار ببینم، این قانون برایم معنادار شده است.»

در این نشست، شرکت‌کنندگان برای بررسی راهبرد توماس و چگونگی اصلاح آن، چهار رویکرد پیشنهاد کردند. توجه کنید که آنی نیز مانند توماس، تصمیم گرفت تا افکار نادرست یا ناتمام خود را با دیگران در میان بگذارد. معلم، با نگاه کردن گروه به آن‌چه که ظاهراً درست بود– اگر چه می‌دانست این‌طور نیست ـ از چند رویکرد بهره گرفت تا دریابد آنی کجا اشتباه کرده است. وقتی معلمان رویکردهای متفاوت را با یکدیگر در میان گذاشتند، توانستند آن‌ها را با هم مقایسه کنند و بازنمایی یکی را در دیگری ببینند.

نیازهای توسعه‌ی حرفه‌ای مورد نیاز معلمان

اگر درس ریاضی به خود این معلمان، به صورت رویه‌ها و تعریف‌های جدا از همی که باید به‌خاطر سپرده شوند، تدریس شده باشد، چگونه مدارس می‌توانند آن‌ها را آماده کنند تا آموزش ریاضی مفهوم‌مدار و چالش برانگیزتری را تحقق ببخشند؟ به عنوان نقطه‌ی شروع، لازم است که این توسعه‌ی مهارت‌های حرفه‌ای، برداشت معلمان از یاددهی و یادگیری ریاضی را به چالش بکشد و آن‌ها را به سوی تأمل بر این برداشت‌ها بکشاند؛ تا برداشت‌های جدیدی را به‌دست آورند.

تکلیفی که لیز سُوینی به دانش‌آموزان داد، دقیقاً این فرصت را برای شرکت‌کنندگان در سمینار توسعه‌ی مهارت‌های حرفه‌ای فراهم آورد. وقتی معلمان، مفاهیم ریاضی نهفته در اشتباه توماس را کشف کردند، به سؤال‌های خود درباره‌ی رویکرد آموزشی خانم سُوینی برگشتند. نظرات آن‌ها چنین بود:

«البته همه‌ی دانش‌اموزان می‌دانند که جمع و ضرب با یکدیگر متفاوت هستند، ولی در تمام موقعیت‌ها این‌طور فکر نمی‌کنند. درواقع، کشف ما از خطای توماس روشن کرد که چگونه باید درباره‌ی ضرب به‌طور متفاوتی فکر کرد.»

با توجه به این نظرات، خاصیت پخشی دیگر تنها یک قانون حفظی نیست. شما می‌توانیددریابید که این قانون چگونه عمل می‌کند. شرط می‌بندم، توماس از این‌که به هم‌کلاسی‌هایش مطلبی ارائه کرد که آن‌ها را واداشت درباره‌ی آن به‌طور جدی بیندیشند، احساس غرور می‌کند.

چنین بینشی را نمی‌توان با مجموعه‌ای از سخن‌رانی‌ها یا برگزاری کارگاهی درباره‌ی راهبردهای تدریس، ایجاد کرد. در عوض، برنامه‌های توسعه‌ی مهارت‌های حرفه‌ای، نیازمند عمیق‌تر شدن و ایجاد فرصت‌هایی برای شرکت‌کنندگان است تا آن‌ها بتوانند در این فرصت‌ها، به درک عمیق‌تری از یادگیری، یاددهی و ذات موضوع ریاضی دست پیدا کنند.

اولین گام برای کمک به معلمان در تغییر پداگوژی‌خود، این است که برای آن‌ها سمینارهایی برگزار شود که در آن‌ها، بتوانند نظام‌مندی محتوا را کشف کنند، درک و برداشت جدیدی از ریاضیات به دست آورند، از توانایی‌های ریاضی خود به احساس بهتری برسند و به عنوان یادگیرندگان ریاضی، تجربه‌ی جدیدی از کلاس درس داشته باشند. در این سمینارها، معلمان بر فرایند یادگیری خود تأمل می‌کنند

و با جنبه‌هایی از کلاس درس که حامی یا مزاحم آن‌هاست، آشنا می‌شوند. در این توسعه‌ی مهارت‌های حرفه‌ای، می‌توان معلمان را به پیش‌بینی و تحقق نوع جدیدی از آموزش ریاضیات ترغیب کرد؛ روشی که در آن، یادگیری دانش‌آموز و تفکر جمعی، مرکزیت پیدا می‌کند.

پی‌نوشت

۱. دبورا شیفتر، محقق تحقیقات پایه‌ای مرکز توسعه‌ی حرفه‌ای در نیوتن ماساچوست است. وی در این مرکز، توسعه‌ی ایده‌های ریاضی (Developing Mathematical Ideas) و برنامه‌ی هدایت ریاضی(Mathematics Leadership Program) را رهبری می‌کند؛dschifter@adc.org.

۲. Liz Sweeney

۳. Education Development Center

۴. این قطعه فیلم از کلاس درس را می‌توانید در منبع زیر ببینید:

Video Component of Schifter, D., Bastable, V., ? Russell, S.J. (۱۹۹۹). Building a System of Tens. Parsippany, NJ:Pearson.

۵. Dima

۶. James

۷. نشستی که در این جا توصیف شده، ترکیبی از چندین گروه سمیناری است که بخشی از برنامه‌ی توسعه‌ی توانمندی‌های حرفه‌ایِ معلمان در زمینه‌ی «ایده‌های ریاضی» است.

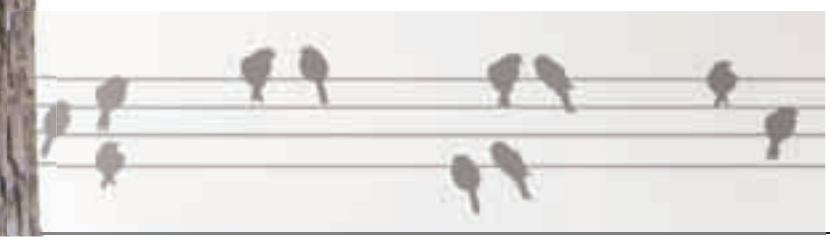
۸. Annie

۹. Ming

۱۰. Chad

۱۱. Aisha

۱۲. در متن اصلی، آیشا واژه‌ی FOIL را به عنوان نام این رویه آورده که اول عبارت‌های زیر است:

You multiply the First terms, Outer terms, Inner terms, and Last terms.

ما این دستورات را به فارسی برگردانده و واژه‌ی فارسی ابدا را جای‌گزین آن کرده‌ایم (مترجم).