

به نام خدا  
جزوه و نکات کلیدی  
پایه هفتم  
شهرستان شهریار

## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل اول)

### سال هفتم

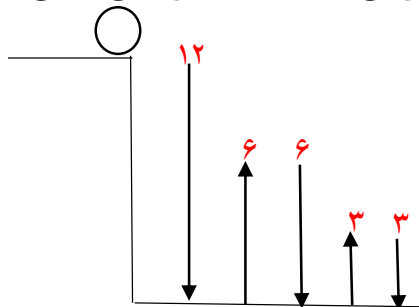
#### راهبردهای حل مسئله

چگونه مسئله را حل کنیم؟ (۱) فهمیدن مسئله (۲) انتخاب راهبرد مناسب (۳) حل مسئله (۴) بازگشت به عقب

انواع راهبرد: (۱) رسم شکل (۲) الگو سازی (جدول نظام دار) (۳) حذف حالت های نامطلوب (۴) الگو یابی (۵) حدس و آزمایش (۶) زیر مسئله (۷) حل مسئله ساده تر (۸) روش های نمادین

راهبرد رسم شکل: برای حل بعضی از مسایل می توان با رسم یک شکل ساده آن را حل کرد.

**مثال:** توپی از ارتفاع ۱۲ متری به پایین پرتاب شده است. توپ هر بار که به زمین می خورد نصف ارتفاع قبلی بالا می آید. توپ به از سومین باری که به زمین می خورد چند متر حرکت کرده است؟



$$12 + 6 + 6 + 3 + 3 = 30$$

راهبرد الگو سازی: برای حل بعضی از مسایل می توان همه حالت های ممکن را در یک جدول نظام دار نوشت.

**مثال:** حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۴۸ شده است. بیشترین حاصل جمع چند است؟

| عدد اول | عدد دوم | مجموع دو عدد |
|---------|---------|--------------|
| ۱       | ۴۸      | $1+48=49$    |
| ۲       | ۲۴      | ۲۶           |
| ۳       | ۱۶      | ۱۹           |
| ۴       | ۱۲      | ۱۶           |
| ۶       | ۸       | ۱۴           |

راهبرد حذف حالت های نامطلوب: برای حل بعضی از مسایل در یک جدول نظام دار همه حالت های ممکن را نوشته و حالت هایی که با توجه به صورت مسئله نادرست است (حالت های نامطلوب) کنار می گذاریم.

**مثال:** حاصل ضرب سه عدد طبیعی ۶۰ و حاصل جمع آن ها ۱۸ شده است بزرگترین عدد کدام است؟

| عدد اول | عدد دوم | عدد سوم | مجموع اعداد   |
|---------|---------|---------|---------------|
| ۱       | ۲       | ۳۰      | $1+2+30=33$ X |
| ۱       | ۳       | ۲۰      | ۲۴ X          |
| ۱       | ۴       | ۱۵      | ۲۰ X          |
| ۱       | ۵       | ۱۲      | ۱۸ ✓          |
| ۱       | ۶       | ۱۰      | ۱۷ X          |

راهبرد الگویابی: در بعضی از مسایل که الگو یا رابطه ی خاصی بین شکل ها یا اعداد باشد از الگویابی استفاده می کنیم.

## درسنامه و نکات کلیدی

### فصل اول

### سال هفتم

#### راهبردهای حل مسئله

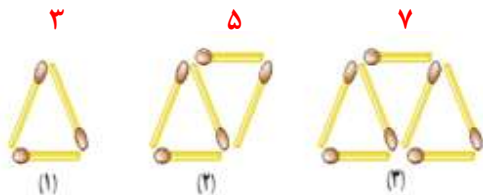
**مثال:** سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید؟ (الگو عددی)  
الگو: اعداد طبیعی سه بار در خودش ضرب

۲۱۶، ۱۲۵، ۶۴ و ۰، ۲۷ و ۸ و ۱

الگو: اعداد سه تا سه تا اضافه شده

۱۹۰۰، ۱۶۰۰ و ۱۳۰۰ و ۱۰ و ۷ و ۴

**مثال:** شکل هفتم دارای چند چوب کبریت است؟ (الگو هندسی)



الگو: اعداد دو تا دو تا اضافه شده است: ۱۵ و ۱۳ و ۱۱ و ۹ و ۷ و ۵ و ۳

**راهبرد حدس و آزمایش:** در بعضی از مسایل می توان با یک روش منطقی راه حل مسئله را حدس زد سپس حدس خود را بررسی تا به جواب مسئله نزدیک شویم.

**مثال:** در یک مزرعه ۱۶ مرغ و گاو است. اگر تعداد پاهای آن ها ۴۲ باشد در این مزرعه چند گاو و چند مرغ است؟

| حدس و آزمایش     | تعداد گاو | تعداد مرغ |
|------------------|-----------|-----------|
| $۱۶ + ۳۲ = ۴۸$ ✗ | ۸         | ۸         |
| $۲۰ + ۲۴ = ۴۴$ ✗ | ۶         | ۱۰        |
| $۲۲ + ۲۰ = ۴۲$ ✓ | ۵         | ۱۱        |

**راهبرد زیر مسئله:** بعضی از مسایل پیچیده و چند مرحله را می توان به چند زیر مسئله تبدیل کرد.

**مثال:** علی ۴۲۰۰ تومان پول دارد. او می خواهد ۱۱ خودکار و با باقی مانده پولش مداد بخرد. قیمت هر خودکار ۳۰۰ تومان و قیمت هر مداد ۱۲۰ تومان است. علی چند مداد می تواند بخرد و چند تومان برایش باقی می ماند؟

الف) پول خرید خودکار: (زیر مسئله اول)  $۱۱ \times ۳۰۰ = ۳۳۰۰$

ب) باقی مانده پول: (زیر مسئله دوم)  $۴۲۰۰ - ۳۳۰۰ = ۹۰۰$

ج) تعداد خرید مداد و باقی مانده پول: (زیر مسئله سوم)  $۶۰$  تومان باقیمانده پول  $۹۰۰ \div ۱۲۰ \approx ۷$  مداد

**راهبرد حل مسئله ساده تر:** برای حل بعضی از مسایل می توان ابتدا مسئله ی ساده تری که با مسئله اصلی در ارتباط است حل کنیم.

**مثال:** حاصل عبارت زیر را به دست آورید؟

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right) =$$

ابتدا حاصل هر پرانتز را به دست می آوریم:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{99}{100} = \frac{1}{100}$$

**راهبرد روش های نمادین:** بعضی از مسایل را می توان با استفاده از نمادهای جبری (معادله) یا مدل سازی هندسی حل کرد.

## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل اول)

سال هفتم

### راهبردهای حل مسئله

**مثال:** افشین برای خرید ۴ کتاب ۱۵۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۶۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر کتاب چند تومان است؟

برای حل این مسئله رابطه ی مقابل را می نویسیم:

$$4 \times \bigcirc + 600 = 15000$$

سپس جواب را حدس می زنیم:

| قیمت کتاب | حدس و آزمایش                      |
|-----------|-----------------------------------|
| ۲۰۰۰      | $(4 \times 2000) + 600 = 8600$ ✗  |
| ۲۵۰۰      | $(4 \times 2500) + 600 = 10600$ ✗ |
| ۳۰۰۰      | $(4 \times 3000) + 600 = 12600$ ✗ |
| ۳۵۰۰      | $(4 \times 3500) + 600 = 14600$ ✗ |
| ۳۶۰۰      | $(4 \times 3600) + 600 = 15000$ ✓ |

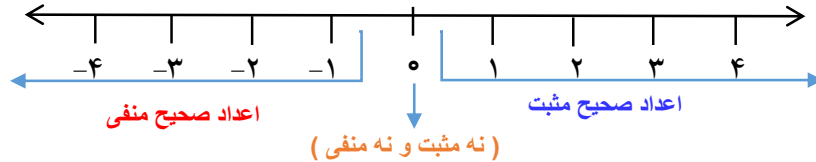
## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل دوم)

### سال هفتم

#### عددهای صحیح

**اعداد صحیح:** اعداد صحیح از سه دسته اعداد تشکیل شده اند: (اعداد مثبت و عدد صفر و اعداد منفی)



$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

**نکته:** مجموعه اعداد صحیح را با حرف انگلیسی  $Z$  نشان می دهند:

$$+7 = 7$$

**نکته:** عددی (غیر از صفر) علامت نداشته باشد علامت آن مثبت است:

**نکته:** در محور اعداد صحیح هر چه به سمت راست (مثبت ها) حرکت کنیم عدد بزرگتر و هر چه به سمت چپ (منفی ها) حرکت کنیم عدد کوچکتر می شود.

**مثال:** در جای خالی علامت مناسب ( $<$ ,  $=$ ,  $>$ ) قرار دهید.

$$-4 < 4$$

$$-12 > -18$$

$$0 > -8$$

$$9 > 0$$

**قرینه اعداد صحیح:** هر گاه علامت عددی را تغییر دهیم قرینه آن عدد حاصل می شود. مانند:  $+5 \xrightarrow{\text{قرینه}} -5$

$$-2 \xrightarrow{\text{قرینه}} +2 \xrightarrow{\text{قرینه}} -2$$

**نکته:** قرینه ی قرینه ی هر عدد برابر با خود آن عدد است:

**نکته:** اگر قبل از پرانتز علامت منفی باشد به معنی قرینه آن عدد است.

$$-(+7) = -7 \quad \text{علامت مثبت تاثیری ندارد} \quad +(+10) = 10$$

$$-(-(+4)) = +4 \quad \text{مثال: تساوی های زیر را کامل کنید.}$$

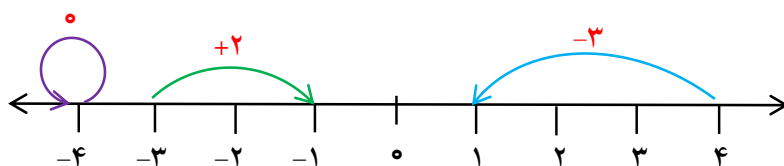
**نکته:** اگر تعداد منفی عددی زوج باشد علامت آن عدد مثبت می شود و اگر تعداد منفی فرد باشد علامت عدد منفی می شود.

**مثال:** تساوی های زیر را کامل کنید. تعداد منفی ها ۶ تا (زوج) = علامت مثبت. تعداد منفی ها ۳ تا (فرد) = علامت منفی

$$-\{+(-(-3))\} = -3 \quad -\{-[-(+(-3))]\} = \frac{7}{2}$$

**حرکت روی محور اعداد:** جابه جایی از یک نقطه به نقطه دیگر را حرکت روی محور می گویند. اگر جهت حرکت به سمت راست باشد علامت عدد مثبت و اگر جهت حرکت به سمت چپ باشد علامت عدد منفی می شود.

**مثال:** برای هر حرکت روی محور یک عدد صحیح بنویسید.



## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل دوم)

### سال هفتم

#### عددهای صحیح

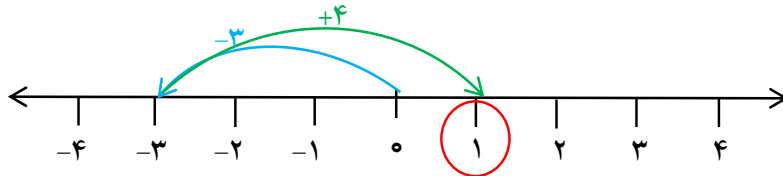
**جمع اعداد صحیح:** برای جمع اعداد صحیح از روش های زیر استفاده می کنیم:

**الف) مختصر نویسی:** دو عدد را با علامتشان بدون پرانتز کنار هم می نویسیم. اگر دو عدد هم علامت باشند دو عدد را جمع و اگر مختلف علامت باشند دو عدد را کم می کنیم و برای جواب علامت عدد بزرگتر را قرار می دهیم.

**مانند:**  $(+8) + (+6) = +8 + 6 = +14$   $(-12) + (+8) = -12 + 8 = -4$

**ب) محور اعداد:** با توجه به اعداد و علامت آن ها روی محور حرکت کرده انتهای حرکت دوم جواب حاصل جمع را نشان می دهد.

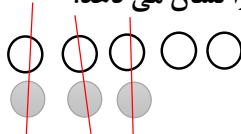
**مانند:**  $(-3) + (+4) = +1$



**ج) دایره توپر و توخالی:** برای عدد منفی دایره توپر و برای عدد مثبت دایره توخالی قرار داده و هر دایره توپر و توخالی همدیگر

را خنثی می کنند. دایره های باقیمانده جواب حاصل جمع را نشان می دهد.

**مانند:**  $(+5) + (-3) = +2$



**د) جدول ارزش مکانی:** دو عدد را با توجه به ارزش مکانی آن ها در جدول قرار داده و گسترده هر عدد را کنار جدول نوشته و اعداد

را ستونی جواب می دهیم. **مانند:**

| ص  | د | ی |
|----|---|---|
| ۱- | ۲ | ۸ |
| ۲+ | ۷ | ۳ |

$$(-128) + (+273) = +145$$

$$\begin{array}{r} -100 - 20 - 8 \\ +200 + 70 + 3 \\ \hline +100 + 50 - 5 = +145 \end{array}$$

**تفریق اعداد صحیح:** تفریق را به جمع تبدیل می کنیم. به این صورت که عدد اول را نوشته و عدد دوم را قرینه می کنیم.

**مانند:**  $16 - (-8) = (+16) + (+8) = +24$   $(-27) - (+19) = (-27) + (-19) = -46$

**حل مسئله اعداد صحیح:** الف) اگر در مسئله ای دمای یک شهر را خواسته باشد بین دو عدد علامت جمع می گذاریم.

**مثال:** دمای شهر زاهدان ۱۲ درجه بالای صفر و دمای سراوان ۷ درجه سردتر از زاهدان است. دمای شهر سراوان چند درجه است؟

$$(+12) + (-7) = +5$$

ب) اگر در مسئله ای سردی یا گرمی هوا را خواسته باشد بین دو عدد علامت تفریق می گذاریم.

**مثال:** دمای مشهد ۸ درجه بالای صفر و دمای اصفهان ۶ درجه زیر صفر است. دمای اصفهان چند درجه سردتر از شیراز است؟

$$(-6) - (+8) = (-6) + (-8) = -14$$

## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل دوم)

### سال هفتم

#### عدهای صحیح

(ج) اگر در مسئله ای اختلاف دمای دو شهر را خواسته باشد بین دو عدد علامت تفریق می گذاریم.

**مثال:** دمای بیرجند ۶ درجه زیر صفر و دمای بندر عباس ۱۳ درجه بالای صفر است. اختلاف دمای دو شهر چند درجه است؟

$$(+۱۳) - (-۶) = (+۱۳) + (+۶) = +۱۹$$

(د) اگر در مسئله ای میانگین دمای دو شهر را خواسته باشد بین دو عدد علامت جمع قرار داده و در آخر جواب را بر تعداد اعداد تقسیم می کنیم.

**مثال:** حداکثر دمای هوای کرمان ۱۸ درجه بالای صفر و حداقل دمای هوا ۴ درجه بالای صفر است. میانگین دمای هوای این شهر چند درجه است؟

$$(+۱۸) + (+۴) = +۲۲ \div ۲ = +۱۱$$

**ضرب و تقسیم اعداد صحیح:** در ضرب و تقسیم اعداد ابتدا ضرب علامت ها را انجام می دهیم سپس با توجه به علامت بین آن ها دو عدد را ضرب یا تقسیم می کنیم.

**قاعده ضرب علامت های دو عدد:**

$$\text{مثبت} \times \text{مثبت} = \text{مثبت} \quad \text{منفی} \times \text{منفی} = \text{مثبت} \quad \text{منفی} \times \text{مثبت} = \text{منفی} \quad \text{مثبت} \times \text{منفی} = \text{منفی}$$

**مثال:** حاصل ضرب و تقسیم های زیر انجام دهید؟

$$(-۱۲) \times (+۴) = -۴۸ \quad (+۲۴) \div (+۸) = +۳ \quad (-۱۸) \times (-۸) = +۱۴۴$$

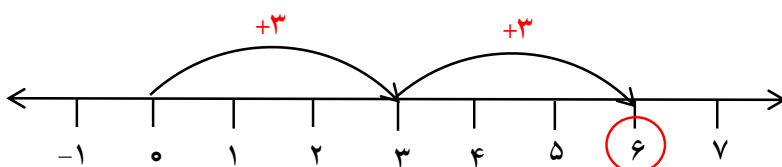
**مثال:** حاصل هر عبارت را به دست آورید؟

$$(-۲۰) \div [۸ - (+۱۳)] = (-۲۰) \div [۸ + (-۱۳)] = +۴$$

$$[(-۷) \times ۴] \div (+۲) = -۱۴ \quad (-۶ + ۱۲ - ۱۸) \times (-۵) = +۶۰$$

**ضرب اعداد صحیح به کمک محور اعداد:** نقطه شروع بردارها از صفر و انتهای بردار آخر حاصل ضرب را نشان می دهد.

**مثال:** به کمک محور و حرکت انجام شده یک عبارت جمع و یک عبارت ضرب بنویسید؟



$$\text{جمع: } (+۳) + (+۳) = +۶$$

$$\text{ضرب: } ۲ \times (+۳) = +۶$$

## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل سوم)

### سال هفتم

### جبر و معادله

**متغیر:** حروف انگلیسی که نشان دهنده ی عددی است که تغییر می کند.

**ضریب:** به عددی که کنار متغیر باشد و بین آن ها علامتی نباشد یا علامت ضرب باشد. ضریب می گویند.

**مثال:** ضریب و متغیر هر عبارت را مشخص کنید؟

|       |             |      |              |               |                      |
|-------|-------------|------|--------------|---------------|----------------------|
| $-4x$ | ضریب = $-4$ | $ab$ | ضریب = $1$   | $\frac{c}{2}$ | ضریب = $\frac{1}{2}$ |
|       | متغیر = $x$ |      | متغیر = $ab$ |               | متغیر = $c$          |

**یک جمله ای جبری:** عبارت جبری که از دو قسمت عدد (ضریب) و متغیر تشکیل شده باشد. **مانند:**  $5xy$

**چند جمله ای جبری:** اگر بین عبارت های جبری علامت جمع و تفریق باشد تشکیل چند جمله ای می دهد.

**مانند:**  $x + 2y$  (دارای دو جمله)  $a - b + 7$  (دارای سه جمله)

**مثال (الف):** محیط مثلث متساوی الاضلاع که ضلع آن  $a$  باشد را به صورت عبارت جبری بنویسید؟



$$p = a + a + a = 3a$$

(ب) محیط این مثلث را به ازای ضلع ۳ سانتی متر به دست آورید؟  $a = 3 \Rightarrow 3 \times 3 = 9$

**نکته:** عبارت جبری در نوشتن فرمول های ریاضی و جمله ی  $n$  ام کاربرد دارد.

**مثال:** جمله ی  $n$  ام هر الگو عددی داده شده را بنویسید؟

$+3$   
 $\curvearrowright$   
 $3, 6, 9, \dots$

جمله ی  $n$  ام:  $3n$

$+2$   
 $\curvearrowright$   
 $-4, -2, 0, 2, \dots$

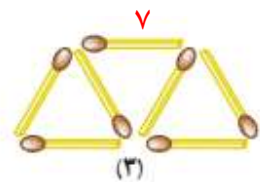
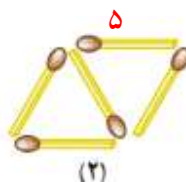
جمله ی  $n$  ام:  $2n - 6$

**مثال:** جمله ی  $n$  ام و جمله ی بیست و دوم الگوی هندسی زیر را بنویسید؟

$+2$   
 $\curvearrowright$   
 $3, 5, 7, \dots$

جمله ی  $n$  ام:  $2n + 1$

$$n = 22 \Rightarrow (2 \times 22) + 1 = 45$$



**عبارت جبری متشابه:** عبارتی که متغیر های آن (حروف انگلیسی) کاملاً شبیه هم باشند. **مانند:**  $(3ab, 2ba)$ ,  $(5x, -4x)$

**عبارت جبری نا متشابه:** عبارتی که متغیر های آن شبیه هم نباشند. **مانند:**  $(3bc, 2b)$

**ساده کردن عبارت های جبری:** جملات متشابه را جدا کرده سپس مانند جمع و تفریق اعداد صحیح آن ها را جواب داده با این تفاوت که حروف کنار اعداد نوشته می شود.



جبر و معادله

**مثال:** عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$\underline{-4x + 2y + 10x} = 6x + 2y$$

$$\underline{1a + 2b - 6 + 3a - 4b} = 4a - 2b - 6$$

**ضرب عدد در عبارت جبری:** اگر عددی قبل از پرانتز باشد و بین آن ها علامتی نباشد آن عدد در تمام جملات پرانتز ضرب می کنیم.

**مثال:** عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$2(3a - 2b) - (a + 3b) = \underline{6a} - \underline{4b} - \underline{a} - \underline{3b} = 5a - 7b$$

**مقدار عددی عبارت جبری:** به جای حروف اعداد داده شده را قرار می دهیم سپس جواب می دهیم.

**مثال:** مقدار عددی هر عبارت را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

|          |                           |                        |                                        |                   |
|----------|---------------------------|------------------------|----------------------------------------|-------------------|
| $x$      | $-3$                      | $2$                    | $5x - 2xy + 7$                         | $(x = 1, y = -2)$ |
| $3x - 1$ | $(3 \times -3) - 1 = -10$ | $(3 \times 2) - 1 = 5$ | $5(1) - 2(1)(-2) + 7 = 5 + 4 + 7 = 16$ |                   |

**نکته:** در محاسبه مقدار عددی اگر عبارت جبری قابل ساده شدن بود ابتدا عبارت را ساده سپس مقدار عددی را به دست می آوریم.

**مثال:** مقدار عددی عبارت زیر را به ازای  $a = -2$  و  $b = 3$  به دست آورید.

$$3(a - 2b) + 2(-2a - b) = \underline{3a} - \underline{6b} - \underline{4a} - \underline{2b} = -a - 8b = -1(-2) - 8(3) = 2 - 24 = -22$$

**معادله:** معادله یک تساوی جبری است که به ازای بعضی از اعداد به یک تساوی درست تبدیل می شود.

**نکته:** هر معادله از سه قسمت تشکیل شده است: (۱) ضریب (عدد کنار متغیر) (۲) مجهول (متغیر) (۳) معلوم (عدد بدون متغیر)

**نکته:** برای حل معادله مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) مجهول ها را به طرف چپ و عددهای معلوم را به طرف راست انتقال می دهیم. (عددی که انتقال داده شود علامت آن عوض می شود)

(۲) عددهای مجهول با هم و عددهای معلوم را با هم جواب می دهیم.

(۳) حاصل عددهای معلوم را بر حاصل عددهای مجهول تقسیم می کنیم.

**مثال:** معادله های زیر را جواب دهید.

مجهول متغیر ضریب  
 $-5x = 10$

$$x = \frac{10}{-5} = -2$$

$$x = -2$$

$$2x + 3 = -7$$

$$2x = \frac{-10}{2} = -5$$

$$x = -5$$

$$x = -5$$

$$-6 + x = 2x + 5$$

$$x - 2x = 5 + 6$$

$$x = \frac{11}{-1} = -11$$

$$x = -11$$

## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل سوم)

### سال هفتم

### جبر و معادله

**نکته:** اگر در معادله پرانتز وجود داشته باشد اول پرانتز را از بین برده سپس معادله را حل می کنیم. **مانند:**

$$3(x-1) = 2(2x+3) \Rightarrow 3x-3 = 4x+6 \Rightarrow \cancel{3x} - 4x = \cancel{6} + 3 \Rightarrow x = \frac{9}{-1} \Rightarrow x = -9$$

**نکته:** در معادلات کسری ابتدا مخرج را با استفاده از (ب.م.م) مخرج ها از بین می بریم سپس معادله را حل می کنیم. **مانند:**

ابتدا (ب.م.م) مخرج یعنی عدد ۶ را در دو طرف معادله ضرب کرده تا با مخرج ساده و مخرج از بین برود:

$$6 \times \left( \frac{x}{2} - \frac{2}{3} \right) = \left( \frac{1}{6} \right) \times 6 \Rightarrow 3x - 4 = 1 \Rightarrow 3x = \cancel{1} + 4 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

**مثال:** آیا  $x = -3$  جواب معادله  $\frac{x-2}{3} = \frac{x+1}{5}$  است؟ چرا؟ در معادله به جای  $x$  عدد ۳- قرار می دهیم اگر دو طرف تساوی برابر شد

جواب داده شده درست است:

$$\frac{-3-2}{3} = \frac{-3+1}{5} \Rightarrow \frac{-5}{3} = \frac{-2}{5} \Rightarrow \text{طرفین وسطین} \Rightarrow -25 \neq -6$$

پس جواب درست نیست

**حل مسئله به کمک معادله:** ابتدا خواسته مسئله را با متغیری مانند  $x$  در نظر گرفته سپس با توجه به صورت مسئله عبارت های کلامی را به عبارت جبری تبدیل کرده تا مسئله تشکیل شود.

**مثال:** از پنج برابر عددی نه واحد کم کرده ایم حاصل حاصل ۷۶ شده است. آن عدد چند است؟

عدد مورد نظر را  $x$  فرض می کنیم:

$$5x - 9 = 76 \Rightarrow 5x = \cancel{76} + 9 \Rightarrow 5x = 85 \Rightarrow x = \frac{85}{5} \Rightarrow x = 17$$

**مثال:** حسین برای خرید سه دفتر ۱۰۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۱۹۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر دفتر چند تومان است؟

قیمت دفتر را  $x$  فرض می کنیم:

$$3x + 1900 = 10000 \Rightarrow 3x = \cancel{10000} - 1900 \Rightarrow 3x = 8100 \Rightarrow x = \frac{8100}{3} \Rightarrow x = 2700$$

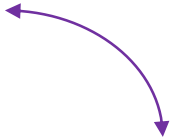
## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل چهارم)

#### هندسه و استدلال

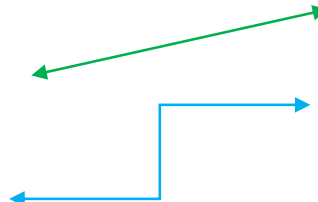
### سال هفتم

(ب) خط خمیده (منحنی)



انواع خط: الف) خط راست

ج) خط شکسته



**خط راست:** خطی است که ابتدا و انتها ندارد و خط را با حروف کوچک انگلیسی نام گذاری می کنند:



**پاره خط:** خطی است (خط راست) که از دو طرف بسته (محدود) باشد و پاره خط را با حروف بزرگ انگلیسی

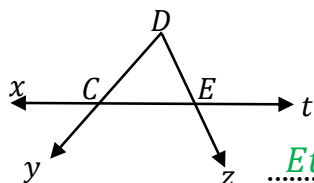


نام گذاری می کنند:

**نیم خط:** خطی است (خط راست) که از یک طرف بسته و از یک طرف باز باشد و نیم خط را از طرفی که بسته



است با حرف بزرگ و طرفی که باز است با حرف کوچک نام گذاری می کنند:



**مثال:** با توجه به شکل مقابل جاهای خالی را کامل کنید:

نام یک خط:  $xt$

نام دو پاره خط:  $DC$  و  $CE$

نام دو نیم خط:  $Cy$  و  $Et$

**نکته:** برای به دست آوردن تعداد پاره خط روی یک خط راست از رابطه ی زیر استفاده می کنیم:

$$\text{تعداد پاره خط ها} = \frac{\text{تعداد نقاط} \times \text{یکی کمتر}}{2}$$

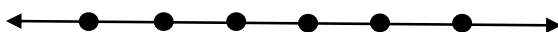
**مثال:** روی یک خط ۱۰ نقطه قرار داشته باشند تعداد پاره خط چند تا است؟  
 $\frac{10 \times 9}{2} = 45$  پاره خط ۴۵

**نکته:** الف) برای به دست آوردن تعداد نیم خط ها اگر نقاط روی یک خط قرار داشته باشند از رابطه ی زیر استفاده

می کنیم:

$$2 \times \text{تعداد نقاط} = \text{تعداد نیم خط ها}$$

ب) اگر نقاط روی یک نیم خط قرار داشته باشند فقط تعداد نقاط را می شماریم.



**مثال:** تعداد نیم خط های شکل مقابل چند تا است؟

$$\text{نیم خط } 12 = 6 \times 2$$

## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل چهارم)

### سال هفتم

#### هندسه و استدلال

**مثال:** اگر نقطه  $M$  وسط پاره خط  $AB$  قرار داشته باشد. ۴ رابطه ی درست برای این پاره خط ها بنویسید؟

$$A \bullet \xrightarrow{\quad M \quad} \bullet B \quad AM = \frac{1}{2}AB \quad AB = 2MB \quad AM + MB = AB$$

$$AM = MB$$

**مثال:** پاره خط  $AF$  به پنج قسمت مساوی تقسیم شده است. جاهای خالی را کامل کنید :

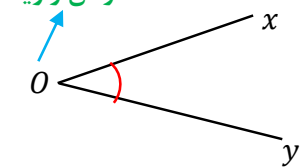
$$A \bullet B \bullet C \bullet D \bullet E \bullet F$$

$$AC = \frac{2}{5}AF \quad BE - CE = BC$$

$$BC + CD + DF = BF \quad DE = \frac{1}{5}AE$$

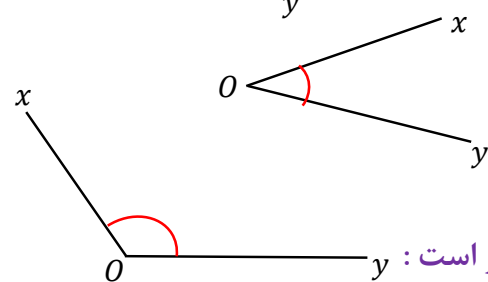
**زاویه:** از برخورد دو نیم خط در یک نقطه زاویه تشکیل می شود و به نقطه ی برخورد راس زاویه می گویند.

راس زاویه



**نام گذاری زاویه:** الف) با یک حرف انگلیسی (حرف راس نوشته می شود) :  $\hat{O}$

ب) با سه حرف انگلیسی (حرف راس وسط نوشته می شود) :  $\hat{xOy}$  یا  $\hat{yOx}$



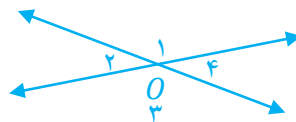
انواع زاویه : (۱) زاویه تند یا حاده : اندازه ی آن از ۹۰ درجه کمتر است :

(۲) زاویه راست یا قائمه : اندازه ی آن ۹۰ درجه است :

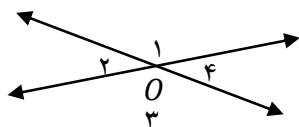
(۳) زاویه باز یا منفرجه : اندازه ی آن از ۹۰ درجه بیشتر و از ۱۸۰ درجه کمتر است :

(۴) زاویه نیم صفحه : اندازه ی آن ۱۸۰ درجه است :

**دو زاویه متقابل به راس:** دو زاویه ای که راس مشترک دارند و اضلاع آن در امتداد هم باشند :



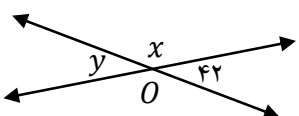
**نکته:** زاویه های روبه رو در مقابل به راس برابر و زاویه های مجاور مکمل (۱۸۰ درجه) هستند :



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_3 \quad , \quad \hat{O}_2 = \hat{O}_4$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180 \quad , \quad \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180$$

**مثال:** با توجه به شکل داده شده اندازه ی زاویه ها را بنویسید.



$$\hat{x} = 138 \text{ درجه}$$

$$\hat{y} = 42 \text{ درجه}$$

## درسنامه و نکات کلیدی

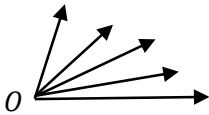
### (فصل چهارم)

### سال هفتم

#### هندسه و استدلال

**نکته:** برای به دست آوردن تعداد زاویه ها در یک شکل از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

$$\text{تعداد زاویه ها} = \frac{\text{تعداد نیم خط ها} \times \text{یکی کمتر}}{2}$$



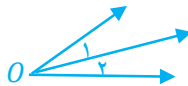
$$\text{تعداد زاویه ها} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

**مثال:** در شکل مقابل چند زاویه وجود دارد.

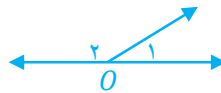
**دو زاویه متمم:** دو زاویه ای که مجموع آن ها ۹۰ درجه باشد. مانند:  $\hat{A} = 37^\circ$ ,  $\hat{B} = 53^\circ$

**دو زاویه مکمل:** دو زاویه ای که مجموع آن ها ۱۸۰ درجه باشد. مانند:  $\hat{C} = 47^\circ$ ,  $\hat{D} = 133^\circ$

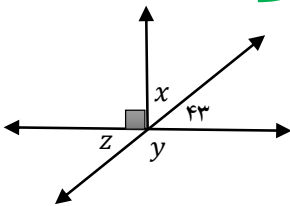
**دو زاویه مجاور:** دو زاویه ای که راس و یک ضلع مشترک باشند. مانند:  $\hat{O}_1$ ,  $\hat{O}_2$



**دو زاویه مجانب:** دو زاویه ی مجاور که مجموع آن ها ۱۸۰ درجه باشد. مانند:  $\hat{O}_1$ ,  $\hat{O}_2$



در شکل زیر:   
 متمم اند  $\hat{x}$  زاویه ۴۳ و   
 متقابل به راس اند  $\hat{x}$  زاویه ۴۳ و   
 مکمل اند  $\hat{y}$  و  $\hat{z}$  زاویه

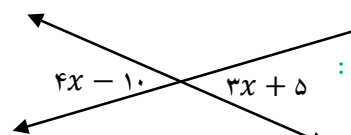


$$\hat{x} = 47^\circ \text{ درجه}$$

$$\hat{y} = 137^\circ \text{ درجه}$$

$$\hat{z} = 43^\circ \text{ درجه}$$

$\hat{x} = 15^\circ$  درجه   
 دو زاویه متقابل به راس برابرند:   
 $4x - 10 = 3x + 5$    
 $4x - 3x = 5 + 10$    
 $x = 15$

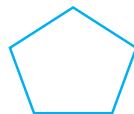


(۳) چند ضلعی منتظم

(۲) چند ضلعی مقعر

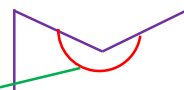
انواع چند ضلعی ها: (۱) چند ضلعی محدب

**چند ضلعی محدب:** چند ضلعی که تمام زاویه های آن کمتر از ۱۸۰ درجه باشد.

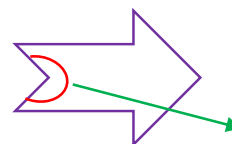


مانند:

**چند ضلعی مقعر:** چند ضلعی که حداقل یکی از زاویه های آن از ۱۸۰ درجه بیشتر باشد.



زاویه بزرگتر از ۱۸۰ درجه



مانند:

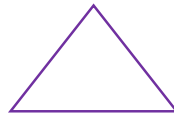
زاویه بزرگتر از ۱۸۰ درجه

هندسه و استدلال

**چند ضلعی منتظم:** چند ضلعی که تمام اضلاع و تمام زاویه های آن برابر باشند.



مربع



مانند: مثلث متساوی الاضلاع

(۳) دوران

(۲) تقارن

انواع تبدیلات هندسی: (۱) انتقال

**انتقال:** وقتی شکلی را در صفحه انتقال دهیم تصویر به دست آمده مساوی و هم جهت شکل اولیه است.



$$a \xrightarrow{\text{انتقال}} b$$

مانند:

**تقارن:** وقتی قرینه یک شکل را نسبت به یک خط پیدا کنیم تصویر به دست آمده مساوی آن ولی جهت آن تغییر می کند.



$$a \xrightarrow{\text{تقارن}} b$$

مانند:

**دوران:** در دوران یک شکل باید مرکز دوران و جهت دوران و مقدار درجه مشخص شود.



O



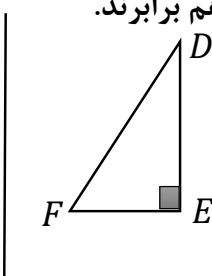
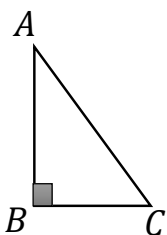
$$a \xrightarrow{\text{دوران}} b$$

مانند:

دوران ۱۸۰ درجه نسبت به نقطه

**شکل های مساوی (هم نهشت):** اگر شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال و تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم. آن دو شکل با هم مساوی (هم نهشت) هستند.

**نکته:** در دو شکل هم نهشت اجزای متناظر دو شکل (اضلاع و زاویه ها) با هم برابرند.



$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

**مثال:** دو مثلث زیر هم نهشت هستند:

(الف) نوع تبدیل را مشخص کنید. (تقارن)

(ب) هم نهشتی دو مثلث را به زبان ریاضی بنویسید.

(ج) اجزای متناظر دو مثلث را کامل کنید.

$$AB = \underline{DE}$$

$$\hat{A} = \hat{D}$$

$$\underline{AC} = DF$$

$$\hat{C} = \hat{F}$$

$$BC = \underline{EF}$$

$$\hat{B} = \hat{E}$$

## شمارنده ها و اعداد اول

شمارنده ها یا مقسوم علیه های یک عدد: اعدادی که عدد داده شده بر آن ها بخش پذیر باشد.

**نکته:** اولین شمارنده ی هر عدد یک و آخرین شمارنده ی هر عدد خود آن عدد است.

**مثال:** شمارنده های اعداد ۹ و ۲۴ و ۴۲ را بنویسید.

$$\{1, 3, 9\} = 9 \text{ شمارنده} \quad \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} = 24 \text{ شمارنده} \quad \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\} = 42 \text{ شمارنده}$$

**عدد اول:** هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که فقط دو شمارنده داشته باشد عدد اول است.

**نکته:** عدد اول فقط بر یک و خودش بخش پذیر است.

**نکته:** تنها عدد زوج که اول باشد عدد ۲ است.

اعداد اول یک رقمی

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots\} = \text{اعداد اول}$$

**نکته:** ترتیب اعداد اول به صورت مقابل است:

**عدد مرکب:** هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد عدد مرکب است.

**نکته:** هر عددی طبیعی که بتوان برای آن ضربی غیر از یک نوشت آن عدد مرکب است.

**نکته:** تمام اعداد زوج (غیر از ۲) مرکب هستند.

**نکته:** عدد یک نه اول است و نه مرکب. (چون عدد یک فقط یک شمارنده دارد)

**نکته:** تمام اعداد طبیعی (غیر از یک) حداقل یک شمارنده اول دارند.

**مثال:** الف) مجموع سومین و هفتمین عدد اول چند است؟  $5 + 17 = 22$

ب) اختلاف بزرگترین و کوچکترین عدد اول دو رقمی چند است؟  $97 - 11 = 86$

ج) مجموع دو عدد اول ۲۵ شده است. آن دو عدد اول کدامند؟  $23 + 2 = 25$  (چون مجموع اعداد فرد شده یکی از اعداد باید زوج باشد)

د) از ۱ تا ۲۰ چند عدد مرکب وجود دارد؟ از ۱ تا ۲۰ تعداد اعداد ۲۰ تاست که (۸ عدد اول) و (عدد یک نه اول و نه مرکب)

$$20 - 9 = 11 \text{ را کم می کنیم:}$$

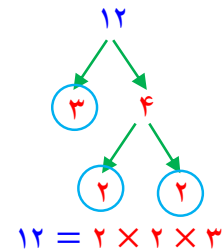
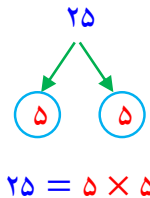
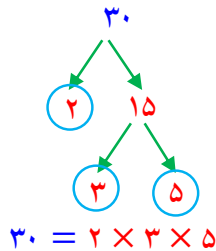
**تجزیه اعداد:** برای به دست آوردن شمارنده های اول یک عدد آن را تجزیه می کنیم.

**نکته:** یکی از روش های تجزیه (نمودار درختی) است که در این روش برای هر عدد یک ضرب بزرگتر از یک نوشته تا وقتی که دیگر نتوان برای عدد یک ضرب نوشت نمودار ادامه پیدا می کند.

**نکته:** اعداد که نتوان برای آن ها ضربی نوشت جزو شمارنده های اول آن عدد است.

شمارنده ها و اعداد اول

**مثال:** شمارنده های اول اعداد ۱۲ و ۲۵ و ۳۰ را از روش نمودار درختی به دست آورید.



**نکته:** برای ساده کردن کسرهای می توان اعداد را تجزیه کرد سپس شمارنده های مشترک دو عدد را خط زد.

**مثال:** کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{12}{18} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{24}{60} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 5} = \frac{2}{5}$$

**مثال:** بزرگترین شمارنده مشترک (ب.م.م) دو عدد ۱۲ و ۳۰ را از روش نوشتن شمارنده ها به دست آورید.

$$12 = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \quad 30 = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\} \quad \text{مشترک } 12 \text{ و } 30 = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$(12, 30) = 6 \leftarrow \text{پرانتز نشانه (ب.م.م) دو عدد است}$$

روش به دست آوردن بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد (از روش تجزیه): مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) دو عدد را تجزیه می کنیم

(۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

(۳) عدد های مشترک با کمترین تکرار را در هم ضرب می کنیم

**مثال:** بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۴۸ و ۲۰ را از روش تجزیه به دست آورید.

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$(20, 48) = 2 \times 2 = 4$$

(شمارنده مشترک دو عدد ۲ است و کمترین تکرار هم ۲ بار است)

**نکاتی درباره (ب.م.م) اعداد:**

(۱) از (ب.م.م) اعداد برای ساده کردن کسرهای استفاده می شود.

(۲) (ب.م.م) هر عدد با یک برابر با یک است:  $(12, 1) = 1$

(۳) (ب.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود:  $(15, 15) = 15$

(۴) (ب.م.م) دو عدد اول مختلف یک می شود:  $(5, 13) = 1$

(۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ب.م.م) آن دو عدد برابر با عدد کوچکتر می شود:  $(6, 18) = 6$

(۶) (ب.م.م) دو عدد متوالی (پشت سر هم) همواره یک است:  $(32, 33) = 1$



## درسنامه و نکات کلیدی

### (فصل پنجم)

### سال هفتم

### شمارنده ها و اعداد اول

**مضرب های طبیعی یک عدد:** اگر یک عدد را به ترتیب در اعداد طبیعی ضرب کنیم مضارب آن عدد به دست می آید.

$$\begin{array}{cccc} 8 \times 1 & 8 \times 2 & 8 \times 3 & 8 \times 4 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 8 & 16 & 24 & 32 \end{array}$$

$8 \text{ مضارب} = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$

**مثال:** مضارب طبیعی اعداد ۸ و ۱۵ را بنویسید.

$$15 \text{ مضارب} = \{15, 30, 45, 60, \dots\}$$

**نکته:** اولین مضرب طبیعی هر عدد **خود عدد** و آخرین مضرب آن مشخص نیست.

**مثال (الف):** هفتمین مضرب عدد ۱۲ چند است؟  $7 \times 12 = 84$

(ب) آیا ۱۴۲ مضرب عدد ۳ است؟ چرا؟ **خیر.** چون اگر ۱۴۲ را بر ۳ تقسیم کنیم باقیمانده تقسیم صفر نمی شود.

(ج) سه مضرب مشترک ۵ و ۷ را بنویسید؟  $\{35, 70, 105\}$

**مثال (گ):** کوچکترین مضرب مشترک (ک.م.م) دو عدد ۶ و ۱۵ را از روش نوشتن مضرب های دو عدد به دست آورید.

$$6 \text{ مضارب} = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, \dots\} \quad 15 \text{ مضارب} = \{15, 30, 45, 60, \dots\}$$

$$[6, 15] = 30 \leftarrow \text{کروشه نشانه (ک.م.م) دو عدد است} \quad 15 \text{ و } 6 \text{ مشترک} = \{30, 60, 90, \dots\}$$

روش به دست آوردن کوچکترین مضرب مشترک دو عدد (**از روش تجزیه**): مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) دو عدد را تجزیه می کنیم (۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

(۳) عدد های مشترک با بیشترین تکرار و عددهای غیر مشترک را در هم ضرب می کنیم

**مثال:** بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۶۰ و ۷۲ را از روش تجزیه به دست آورید.

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad [60, 72] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

(شمارنده مشترک دو عدد ۲ و ۳ است و بیشترین تکرار ۲ سه بار و ۳ دو بار است)

### نکاتی درباره (ک.م.م) اعداد:

(۱) از (ک.م.م) اعداد برای مخرج مشترک کسرها استفاده می شود.

(۲) (ک.م.م) هر عدد با یک برابر با خود عدد است:  $(12, 1) = 12$

(۳) (ک.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود:  $(15, 15) = 15$

(۴) (ک.م.م) دو عدد اول مختلف برابر با حاصل ضرب آن دو می شود:  $(5, 13) = 65$

(۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ک.م.م) آن دو عدد برابر با عدد بزرگتر می شود:  $(6, 18) = 18$